Esquema Matemáticas CCSS

1b. Programación lineal

Conocer la terminología básica de la programación lineal: función objetivo, región factible, solución factible y solución óptima.

Función objetivo: es la función que será optimizada dadas las restricciones del problema, buscando su máximo o su mínimo dependiendo de lo que nos indique el problema.

Región factible: es la zona del plano donde se pueden tomar valores para la función objetivo, y se delimita por las inecuaciones del problema.

Solución factible: una solución factible s cualquier punto que se encuentre dentro de la región factible.

Solución óptima: es la que maximiza o minimiza el valor de la función objetivo.

Determinar los vértices de la región factible de un problema de programación lineal y dibujarla.

Cada vértice de la región factible aparece como intersección de dos rectas. Para hallar el valor de dicho vértice, hay que resolver el sistema de ecuaciones formado por las rectas que se cruzan.

El Teorema fundamental de la Programación Lineal nos dice que, en una región factible acotada, una función lineal objetivo alcanza sus máximos y sus mínimos en los vértices. Y en el caso poco común donde dos vértices tienen el mismo valor máximo o mínimo, es el segmento que une a esos dos vértices el segmento máximo o mínimo.

Si la región no está acotada, puede tener o no tener máximos y/o mínimos. Aunque en selectividad siempre ponen máximos o mínimos porque para demostrar que una región carece de alguno hay que hacer cosas más complicadas.

Representar las rectas a escala con una regla es aconsejable porque en los problemas con una gran cantidad de inecuaciones si no se dibuja bien suele dar lugar a error.

Además es muy útil dibujar la recta a partir de los valores de x=0 y de y=0, porque así obtenemos de paso dos vértices si la región está delimitada de alguna manera en el primer cuadrante.

Resolver problemas de programación lineal de dos variables, procedentes de diversos ámbitos, sociales, económicos o demográficos, por medios analíticos y gráficos con regiones factibles acotadas. Interpretar las soluciones.

A la hora de representar con inecuaciones un problema, es aconsejable montar una tabla, donde en la primera fila indiquemos las cosas que son variables, que asociaremos con x e y. Para encontrar qué es lo variable, leyendo la pregunta del final es lo más sencillo.

Al interpretar las soluciones hay que escribir una o dos líneas respondiendo a la pregunta del enunciado con el resultado numérico que nos aparece

En los problemas de Programación Lineal se utilizarán, a lo sumo, tres inecuaciones además de las restricciones de no negatividad si las hubiere. Si las variables que intervienen son enteras, podrán ser consideradas como continuas en todo el proceso de resolución.

Las inecuaciones de no negatividad son $x \geq 0$ e $y \geq 0$, que representan el primer cuadrante.

Ejercicios de Selectividad 1.b Programación

Problemas

Un taller fabrica y vende dos tipos de alfombras, de seda y de lana. Para la elaboración de una unidad se necesita un trabajo manual de 2 horas para el primer tipo y de 3 horas para el segundo y de un trabajo de máquina de 2 horas para el primer tipo y de 1 hora para el segundo. Por cuestiones laborales y de planificación, se dispone de hasta 600 horas al mes para el trabajo manual y de hasta 480 horas al mes para el destinado a la máquina.
Si el beneficio por unidad para cada tipo de alfombra es de 150 € y de 100 €, respectivamente. ¿cuántas alfombras de cada tipo debe elaborar para obtener máximo beneficio? ¿A cuánto asciende el mismo?
SOCIALES II. 2016 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Una empresa fabrica dos tipos de productos A y B, y vende todo lo que produce obteniendo un beneficio unitario de 500€ y 600€, respectivamente. Cada producto pasa por dos procesos de fabricación, P1 y P2. Una unidad del producto A necesita 3 horas en el proceso P1, mientras que una del producto B necesita 5 horas en ese proceso. La mano de obra contratada permite disponer, como máximo de 150 horas semanales en P1 y de 120 horas en P2. Además, son necesarias 3 horas en P2 para fabricar una unidad de cada uno de los productos.
a) Plantee el problema de maximización de la función del beneficio semanal de la empresa, dibuje la región factible y obtenga sus vértices.
b) ¿Cuál es el máximo beneficio semanal que puede obtener la empresa? ¿Cuánto debe fabricar de cada producto para obtener ese beneficio?.
SOCIALES II. 2016 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Una empresa fabrica dos tipos de agua de colonia, A y B. La colonia A contiene un 5% de extracto de rosas y un 10% de alcohol, mientras que la B se fabrica con un 10% de extracto de rosas y un 15% de alcohol. El precio de venta de la colonia A es de 24 €/litro y el de la B es de 40 €/litro. Se dispone de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol. ¿Cuántos litros de cada colonia convendría fabricar para que el importe de la venta de la producción sea máximo?
SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION B

Con motivo de su inauguración, una heladería quiere repartir dos tipos de tarrinas de helados. El primer tipo de tarrina está compuesto por 100 g de helado de chocolate, 200 g de helado de straciatella y 1 barquillo. El segundo tipo llevará 150 g de helado de chocolate, 150 g de helado de straciatella y 2 barquillos. Sólo se dispone de 8 Kg de helado de chocolate, 10 Kg de helado de straciatella y 100 barquillos.
¿Cuántas tarrinas de cada tipo se deben preparar para repartir el máximo número posible de tarrinas?.
SOCIALES II. 2015 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

Un supermercado tiene almacenados 600 kg de manzanas y 400 kg de naranjas. Para incentivar su venta elabora dos tipos de bolsas: A y B.
Las bolsas de tipo A contienen 3 kg de manzanas y 1 kg de naranjas; las bolsas de tipo B incluyen 2 kg de cada uno de los productos.
El precio de venta de la bolsa A es de 4 € y de 3 € el de la bolsa de tipo B.
Suponiendo que vende todas las bolsas preparadas, ¿cuántas bolsas de cada tipo debe haber elaborado para maximizar los ingresos? ¿A cuánto asciende el ingreso máximo?
SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 1. OPCION B

Se desea invertir 100000 € en dos productos financieros A y B que tienen una rentabilidad del 2% y del 2.5% respectivamente. Se sabe que el producto B exige una inversión mínima de 10000 € y, por cuestiones de riesgo, no se desea que la inversión en B supere el triple de lo invertido en A. ¿Cuánto se debe invertir en cada producto para que el beneficio sea máximo y cuál sería dicho beneficio?
SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 1. OPCION B

Se dispone de 160 m de tejido de pana y 240 m de tejido de lana para hacer trajes y abrigos. Se usa 1 m de pana y 2 m de lana para cada traje, y 2 m de pana y 2 m de lana para cada abrigo. Cada traje se vende a 250 € y cada abrigo a 350 €.
a) ¿Cuántos trajes y abrigos se deben confeccionar para obtener el máximo beneficio? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?
b) ¿Pueden hacerse 60 trajes y 50 abrigos con esas cantidades de tejido?. En caso afirmativo, ¿obtendría el máximo beneficio al venderlo todo?.
SOCIALES II. 2015 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6 € y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12 €, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías.
La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.
a) Plantee el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo.
b) Dibuje la región factible y determine la solución óptima del problema.
SOCIALES II. 2014 RESERVA 2. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

a) Plantee, sin resolver, el siguiente problema:
"Un mayorista vende productos congelados que presenta en envases de dos tamaños, pequeños y grandes. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 céntimos de euro por cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro por cada envase grande. ¿Qué número de envases de cada tipo proporciona el mínimo coste de almacenaje?"
b) Represente el recinto que determinan las inecuaciones

$$2x \geq 10 + y \; ; \; x \leq 2(5 - y) \; ; \; x \geq 0 \; ; \; y \geq 0 .$$

SOCIALES II. 2014 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

Un fabricante de tapices dispone de 500 kg de hilo de seda, 400 kg de hilo de plata y 225 kg de hilo de oro. Desea fabricar dos tipos de tapices: A y B. Para los del tipo A se necesita 1 kg de hilo de seda y 2 kg de hilo de plata, y para los del tipo B, 2 kg de hilo de seda, 1 kg de hilo de plata y 1 kg de hilo de oro. Cada tapiz del tipo A se vende a 2000 euros y cada tapiz del tipo B a 3000 euros. Si se vende todo lo que se fabrica,
a) ¿Cuántos tapices de cada tipo ha de fabricar para que el beneficio sea máximo y cuál es ese beneficio?
b) ¿Qué cantidad de hilo de cada clase quedará cuando se fabrique el número de tapices que proporciona el máximo beneficio?
SOCIALES II. 2013 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

a) Plantee, sin resolver, el siguiente problema: "Un barco puede transportar vehículos de dos tipos: coches y motos. Las condiciones de la nave obligan a que el número de motos no pueda ser inferior a la cuarta parte del de coches ni superior a su doble; además, la suma del número de motos más el doble del número de coches no puede ser mayor que 100. ¿Cuántos vehículos, como máximo, puede transportar este barco?".
b) Dado el recinto limitado por las inecuaciones: $y \geq 30$; $3x - y \geq 150$; $6x + 7y \leq 840$, halle en qué puntos de ese recinto la función $F(x,y) = 6x - 2y$, alcanza su valor mínimo.
SOCIALES II. 2013 RESERVA 1. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

Un empresario fabrica camisas y pantalones para jóvenes. Para hacer una camisa se necesitan 2 metros de tela y 5 botones, y para hacer un pantalón hacen falta 3 metros de tela, 2 botones y una cremallera. La empresa dispone de 1050 metros de tela, 1250 botones y 300 cremalleras. El beneficio que se obtiene por la venta de una camisa es de 30 euros y el de un pantalón es de 50 euros.
Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, calcule el número de camisas y de pantalones que debe confeccionar para obtener el máximo beneficio, y determine este beneficio máximo.
SOCIALES II. 2012 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

Un comerciante quiere dar salida a 400 kg de avellanas, 300 kg de nueces y 400 kg de almendras. Para ello hace dos tipos de lotes: los de tipo A contienen 2 kg de avellanas, 2 kg de nueces y 1 kg de almendras; y los de tipo B contienen 3 kg de avellanas, 1 kg de nueces y 4 kg de almendras. El precio de venta de cada lote es de 20 € para los del tipo A y de 40€ para los del tipo B. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe vender para obtener el máximo ingreso y a cuánto asciende éste?.
SOCIALES II. 2010 RESERVA 3. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

Un supermercado se abastece de gambas y langostinos a través de dos mayoristas, A y B, que le envían contenedores con cajas completas de ambos productos. El mayorista A envía en cada contenedor 2 cajas de gambas y 3 de langostinos, al precio de 350 € el contenedor, mientras que el mayorista B envía en cada uno 1 caja de gambas y 5 de langostinos, al precio de 550 € el contenedor.
El supermercado necesita, como mínimo, 50 cajas de gambas y 180 de langostinos, pudiendo almacenar, como máximo, 50 contenedores.
¿Cuántos contenedores debería pedir el supermercado a cada mayorista para satisfacer sus necesidades con el menor coste posible?. Indique cuál sería ese coste mínimo.
SOCIALES II. 2010 RESERVA 4. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

Un agricultor posee 10 hectáreas (ha.) y decide dedicarlas al cultivo de cereales y hortalizas. Por las limitaciones de agua no puede destinar más de 5 ha. A hortalizas. El cultivo de cereales tiene un coste de 1000 euros/ha. Y el de hortalizas de 3000 euros/ha., no pudiendo superar el coste la cantidad de 16000 euros. El beneficio neto por ha. De cereales asciende a 2000 euros y el de hortalizas a 8000 euros. Halle la distribución de cultivos que maximiza el beneficio y calcule dicho máximo.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Un pastelero dispone de 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 26 kg de mantequilla para hacer dos tipos de tartas, A y B. Para hacer una hornada de tartas del tipo A se necesitan 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla, mientras que para hacer una hornada de tartas del tipo B se necesitan 6 kg de harina, 0.5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Sabiendo que el beneficio que se obtiene al vender una hornada del tipo A es de 20 € y de 30 € al vender una hornada del tipo B, determine cuántas hornadas de cada tipo debe hacer y vender para maximizar sus beneficios.
SOCIALES II. 2008 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Un laboratorio farmacéutico vende dos preparados, *A* y *B*, a razón de 40 y 20 euros el kg, respectivamente. Su producción máxima es de 1000 kg de cada preparado. Si su producción total no puede superar los 1700 kg,¿cuál es la producción que maximiza sus ingresos? Calcule dichos ingresos máximos.
SOCIALES II. 2006 RESERVA 2. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

El estadio del Mediterráneo, construido para la celebración de los “Juegos Mediterráneos Almería 2005”, tiene una capacidad de 20000 espectadores.
Para la asistencia a estos juegos se han establecido las siguientes normas:
El número de adultos no debe superar al doble del número de niños; el número de adultos menos el número de niños no será superior a 5000.
Si el precio de la entrada de niño es de 10 euros y la de adulto 15 euros ¿cuál es la composición de espectadores que proporciona mayores ingresos? ¿A cuánto ascenderán esos ingresos?
SOCIALES II. 2005 RESERVA 3. EJERCICIO 1 OPCIÓN B.

Una pastelería elabora dos tipos de trufas, dulces y amargas. Cada trufa dulce lleva 20 gr de cacao, 20 gr de nata y 30 gr de azúcar y se vende a 1 euro la unidad. Cada trufa amarga lleva 100 gr de cacao, 20 gr de nata y 15 gr de azúcar y se vende a 1’3 euros la unidad.
En un día, la pastelería sólo dispone de 30 kg de cacao, 8 kg de nata y 10’5 kg de azúcar. Sabiendo que vende todo lo que se elabora, calcule cuántas trufas de cada tipo deben elaborarse ese día, para maximizar los ingresos y determine dichos ingresos.
SOCIALES II. 2004 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

Una piscifactoría vende gambas y langostinos a 10 y 15 € el Kg, respectivamente. La producción máxima mensual es de 1 Tm de cada producto y la producción mínima mensual es de 100 Kg de cada uno.
Si la producción total es, a lo sumo, de 1700 Kg al mes, ¿cuál es la producción que maximiza los ingresos mensuales?. Calcule estos ingresos máximos.
SOCIALES II. 2003 RESERVA 2. EJERCICIO 1 OPCIÓN A.

Regiones

Sea la región factible definida por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\le 20 \qquad x-y\ge 0 \qquad 5x-13y+8\le 0$$

a) Represéntela gráficamente y calcule sus vértices.

b) Razone si el punto $(3,2.5)$ está en la región factible.

c) Determine el valor máximo y el mínimo de la función $F(x,y)=x-y+6$ en esa región y los puntos en los que se alcanzan.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCION A

a) Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$2x-y\le -2 \qquad 4x-2y\ge -10 \qquad 5x-y\le 4 \qquad x\ge 0$$

b) Calcule los valores extremos de la función $F(x,y)=6x-3y$, en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

SOCIALES II. 2016 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION B

a) Represente gráficamente la región factible definida por las siguientes restricciones:

$$4x+2y\ge 5 \qquad 2x+5y\le 10 \qquad 2x+2y\le 6 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

y calcule sus vértices.

b) Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x,y)=x+2y$ en la región anterior y los puntos donde se alcanzan.

SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 1. OPCION B

Sea el siguiente conjunto de inecuaciones:

$$x-3y\le 8 \qquad 3x+2y\ge 15 \qquad x+3y\le 12 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

a) Dibuje el recinto del plano determinado por estas inecuaciones.

b) Determine los vértices de este recinto.

c) Maximice la función $F(x,y)=5x+9y$ en este recinto, indicando el punto o puntos donde se alcanza ese máximo.

SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 1. OPCION B

a) Dadas las inecuaciones: $y\le x+5$, $2x+y\ge -4$, $4x\le 10-y$, $y\ge 0$, represente el recinto que limitan y calcule sus vértices.

b) obtenga el máximo y el mínimo de la función $F(x,y)=x+\dfrac{y}{2}$ en el recinto anterior, así como los puntos en los que se alcanza.

SOCIALES II. 2014 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

a) Represente la región del plano determinada por las siguientes inecuaciones:

$$2x+5y\le 15 \;;\; x+y\le 6 \;;\; 5x-7y\le 42 \;;\; x\ge 0$$

b) Halle los vértices de la región anterior.

c) En esta región, halle el valor mínimo de la función $F(x,y)=-2x-2y+3$ y donde lo alcanza.

SOCIALES II. 2014 RESERVA 1. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

a) Represente gráficamente la región definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices: $x+2y\le 3$, $x-y\le 1$, $x\ge -1$, $y\ge 0$.

b) Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x,y)=2x+4y$ en la región anterior y los puntos donde se alcanzan.

SOCIALES II. 2014 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

Si $A(0,2)$, $B(2,0)$, $C(4,0)$, $D(6,3)$ y $E(3,6)$ son los vértices de una región factible, determine, en esa región, el valor mínimo y el valor máximo de la función $F(x,y)=4x-3y+8$ e indique los puntos donde se alcanzan.

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 1b. OPCIÓN B

En un problema de programación lineal, la región factible es la región acotada cuyos vértices son $A(2,-1)$, $B(-1,2)$, $C(1,4)$ y $D(5,0)$. La función objetivo es la función $f(x,y)=2x+3y+k$, cuyo valor máximo, en dicha región, es igual a 19. Calcule el valor de k e indique dónde se alcanza el máximo y dónde el mínimo.

SOCIALES II. 2013 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Sea *R* la región factible definida por las inecuaciones $x\ge 3y$; $x\le 5$; $y\ge 1$.

a) Razone si el punto $(4.5,1.55)$ pertenece a *R*.

b) Dada la función objetivo $F(x,y)=2x-3y$, calcule sus valores extremos en *R*.

c) Razone si hay algún punto de *R* donde la función *F* valga 3.5 . ¿Y 7.5 ?

SOCIALES II. 2013 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

a) Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones:

$$2x+y\le 6 \;;\; 4x+y\le 10 \;;\; -x+y\le 3 \;;\; x\ge 0 \;;\; y\ge 0$$

b) Calcule el máximo de la función $F(x,y)=4x+2y-3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

SOCIALES II. 2008 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN B

a) Los vértices de un polígono convexo son (1,1), (3,1/2), (8/3,5/2), (7/3,3) y (0,5/3). Calcule el máximo de la función objetivo $F(x,y)=3x-2y+4$ en la región delimitada por dicho polígono.

b) Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$x+2y\ge 6 \quad ; \quad x-y\le 1 \quad ; \quad y\le 5 \quad ; \quad x\ge 0 \quad ; \quad y\ge 0$$

y determine sus vértices.

SOCIALES II. 2004 RESERVA 2. EJERCICIO 1 OPCIÓN B.