Esquema Matemáticas II

1. Matrices

1.1 Realiza operaciones con matrices (suma, producto por un escalar, transposición, producto de matrices, reconociendo cuándo pueden realizarse y cuándo no) y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente (en particular, la no conmutatividad del producto).

1.2 Sabe calcular los determinantes de matrices cuadradas de orden dos y de orden tres. Conoce las propiedades elementales de los determinantes y sabe aplicarlas al cálculo de éstos.

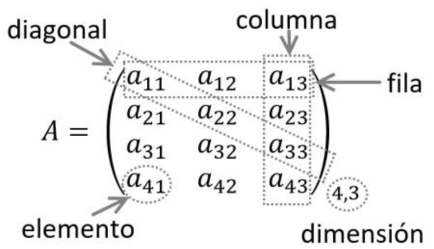
1.3 Determina el rango de una matriz con no más de tres filas o columnas, aplicando el método de Gauss o determinantes.

1.4 Conoce la matriz identidad I y la definición de matriz inversa. Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado (hasta matrices cuadradas de orden tres).

1.1 Realiza operaciones con matrices (suma, producto por un escalar, transposición, producto de matrices, reconociendo cuándo pueden realizarse y cuándo no) y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente (en particular, la no conmutatividad del producto).

Las matrices conocidas se escriben con las primeras letras del abecedario en mayúscula A,B,C,D,E,…

Las matrices desconocidas se escriben con las últimas letras del abecedario X, Y, Z



Los elementos se escriben en minúscula con dos subíndices indicando la fila y la columna. Los elementos de la diagonal son aquellos que tienen la misma posición en la fila que en la columna a_{11}, a_{22}, a_{33}, …

Hay dos grandes subgrupos en función de su dimensión:

Cuadrada	**Rectangular**
Tiene las mismas filas que columnas $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	Tiene distintas filas que columnas $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Dentro de las rectangulares tenemos:

Horizontal	**Vertical**	**Fila**	**Columna**
Tiene más columnas que filas $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	Tiene más filas que columnas $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$	Solo tiene una fila $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	Solo tiene una columna $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Dentro de las matrices cuadradas tenemos otras matrices famosas:

Diagonal	**Identidad**	**Simétrica**	**Antisimétrica**
Todos los números fuera de la diagonal son cero $D = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & 3\end{pmatrix}$	Es una matriz diagonal con toda su diagonal 1 $I_3 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$	Los elementos son simétricos A = A^t $S = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 4 & 5\\3 & 5 & 6\end{pmatrix}$	Los elementos son simétricos tienen el signo opuesto A = -A_t $A = \begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\-1 & 0 & -3\\-2 & 3 & 0\end{pmatrix}$

Algunos nombres de matrices que se utilizan durante otras operaciones son

Triangular Inferior	**Triangular Superior**	**Escalonada**	**Nula o Cero**
Los números debajo de su diagonal son cero $T = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\0 & 4 & 5\\0 & 0 & 6\end{pmatrix}$	Los números encima de su diagonal son cero $T = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\2 & 3 & 0\\4 & 5 & 6\end{pmatrix}$	Cada vez tienen más ceros seguidos por filas $E = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\0 & 1 & 2 & 5\\0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$	Todos los elementos son cero $O = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

La **dimensión** de una matriz es su cantidad de filas y de columnas.

Dos matrices se pueden sumar o restar si sus dimensiones son iguales.

Dos matrices se pueden multiplicar si el número de columnas de la primera es igual al número de filas de la segunda. Y por resultado da las filas de la primera y las columnas de la segunda.

Se **suma** y se **resta** elemento a elemento:

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}7 & 8 & 9\\10 & 11 & 12\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8 & 10 & 12\\14 & 16 & 18\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}9 & 8 & 7\\10 & 11 & 12\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1 & 5 & 3\\4 & 6 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8 & 3 & 4\\6 & 5 & 10\end{pmatrix}$$

Cuando se **multiplica por un número**, se multiplica por toda la matriz

$$3A = 3\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3 & 6 & 9\\12 & 15 & 18\end{pmatrix}$$

Trasponer es cambiar las filas por las columnas, se indica elevando a t.

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix}1 & 4\\2 & 5\\3 & 6\end{pmatrix}$$

Para **multiplicar matrices** se multiplican filas por columnas y se suman elemento a elemento.

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7 & 10\\8 & 11\\9 & 12\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\cdot 7 + 2\cdot 8 + 3\cdot 9 & 1\cdot 10 + 2\cdot 11 + 3\cdot 12\\4\cdot 7 + 5\cdot 8 + 6\cdot 9 & 4\cdot 10 + 5\cdot 11 + 6\cdot 12\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}50 & 68\\122 & 167\end{pmatrix}$$

1.2 Sabe calcular los determinantes de matrices cuadradas de orden dos y de orden tres. Conoce las propiedades elementales de los determinantes y sabe aplicarlas al cálculo de éstos.

El **determinante** sólo se puede calcular de matrices cuadradas (en selectividad solo han preguntado de 2x2 y 3x3, más grande habría que usar otras técnicas)

$$\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix} = 1\cdot 4 - 2\cdot 3 = 4 - 6 = -2$$

$$0+0+0=0$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 56 - 0 = 56$$

$$0+20+36 \ = 56$$

La inversa de 2x2 es la más fácil, y aparece normalmente en ejercicios de despejar en Selectividad

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \text{ ejemplo } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

La inversa de 3x3 suele aparecer cuando te dan directamente la matriz. Y su forma de resolverá es mñas difícil

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)^t}{|A|} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \\ 6 & 7 & -8 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 7 & -8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix}^t = \frac{1}{144}\begin{pmatrix} -3 & 54 & 45 \\ 22 & -12 & 6 \\ 13 & 6 & -3 \end{pmatrix}^t$$

$$= \frac{1}{144}\begin{pmatrix} -3 & 22 & 13 \\ 54 & -12 & 6 \\ 45 & 6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/48 & 11/72 & 13/144 \\ 3/8 & -1/12 & 1/24 \\ 5/16 & 1/24 & -1/48 \end{pmatrix}$$

1.1 Resolver ecuaciones matriciales y sistemas de ecuaciones matriciales.

Las ecuaciones matriciales se resuelven igual que las normales excepto por la conmutatividad, que no se puede pasar dividiendo una matriz. Así dependiendo si es por la derecha o la izquierda se resuelve por ese lado, sabiendo que $A^{-1}A = I$ y que $IX = X = XI$ resolveremos así:

$$AX = B \qquad\qquad XA = B$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B \qquad\qquad XAA^{-1} = BA^{-1}$$

$$X = A^{-1}B \qquad\qquad X = BA^{-1}$$

Esto se puede aplicar siempre que la matriz tenga inversa, si no tiene inversa, habrá que resolverla elemento a elemento.

Una **matriz** con determinante igual a cero se llama **singular** o degenerada, porque no tiene inversa

Una **matriz** con determinante distinto de cero se llama **regular** porque tiene inversa, también se puede decir que es invertible.

Un par de observaciones que suelen costar trabajo son:

Pasar dividiendo el número de una matriz es como multiplicar por el inverso

$$2X = A + B$$

$$X = \frac{1}{2}(A + B)$$

Sacar factor común para despejar

$$AX + BX = C$$

$$(A + B)X = C$$

$$X = (A + B)^{-1}C$$

Los sistemas de matrices suelen resolverse fácil por reducción.

1.2 *Matrices como grupos cíclicos*

Dentro de lo que se describe como operaciones con matrices, se encuentran ejercicios para calcular potencias de matrices. Son un grupo cíclico porque habrá que encontrar el exponente, que normalmente será el 2, 3 ó 4, tal que $A^2 = I$, $A^3 = I$ ó $A^4 = I$.

Normalmente el número es el año del examen, para este año, dividiremos 2017 entre cada uno de los posibles resultados

$\begin{array}{l\|l} 2017 & \underline{\ 2\ \ \ } \\ \ \ \underline{1} & 1008 \end{array}$	$\begin{array}{l\|l} 2017 & \underline{\ 3\ \ \ } \\ \ \ \underline{1} & 672 \end{array}$	$\begin{array}{l\|l} 2017 & \underline{\ 4\ \ \ } \\ \ \ \underline{1} & 504 \end{array}$

En cada caso, se debería de explicar que

$A^{2017} =$ $A^{2\cdot1008+1} = (A^2)^{1008} + A^1 = A^1$	$A^{2017} =$ $A^{3\cdot672+1} = (A^3)^{672} + A^1 = A^1$	$A^{2017} =$ $A^{4\cdot504+1} = (A^4)^{504} + A^1 = A^1$

Para memorizarlo viene bien pensar que el exponente al que es equivalente es al resto, que da la casualidad que para este año 2017, todos los primeros restos dan 1.

Ejercicios de Selectividad de 1. Matrices

Ecuaciones

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-3 & 3 & 2\\ -8 & 7 & 4\\ 8 & -6 & -3\end{pmatrix}$

a) Halla la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B=2A$.
MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 3.OPCIÓN A.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

Determina, si existe, la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B^2=B\cdot X+A^2$.
MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 3.OPCIÓN A.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

a) Calcula el rango de $A\cdot B^t+\lambda I$ **según los valores de** λ **(**B^t **es la matriz traspuesta de** B, I **es la matriz identidad de orden 3).**
b) Calcula la matriz X **que verifica:** $C\cdot X-X=2I$
MATEMÁTICAS II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Halla la matriz X **que verifica la igualdad** $A\cdot X\cdot A^{-1}+B=C\cdot A^{-1}$ **sabiendo que**

$$A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0\\ -1 & -3 & 0\\ 1 & 4 & 1\end{pmatrix} \quad , \quad C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix} \quad , \quad B\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & -1\\ -1 & -5 & -3\end{pmatrix}$$

MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$

a) Halla el determinante de una matriz X **que verifique la igualdad** $X^2\cdot A\cdot X=B$.
b) Determina, si existe, la matriz Y **que verifica la igualdad** $A^2\cdot Y\cdot B^{-1}=A$.
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$

a) Halla la matriz X **que verifica** $A\cdot X-B=I$ **(I denota la matriz identidad de orden 3).**
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -2 & 1 & 0\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 5 & 0\end{pmatrix}$

a) Determina la matriz X **para la que** $A^t \cdot X \cdot B^{-1} = C$, ($A^t$ **la matriz traspuesta de** A).

b) Calcula el determinante de $B^{-1}(C^t \cdot C)\cdot B$, ($C^t$ **la matriz traspuesta de C).**

MATEMÁTICAS II. 2015. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}$

Determina, si existe, la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B=A^2$

MATEMÁTICAS II. 2014. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 0\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & -3\\ 3 & -1 & -3\\ -1 & -2 & -1\end{pmatrix}$

a) Calcula A^{-1}.

b) Hallar la matriz X **que verifica** $A^t\cdot X+B=I$, **siendo** I **la matriz identidad y** A^t **la matriz traspuesta de** A.

MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Parámetros

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}k & 1+k\\ 1-k & 0\end{pmatrix}$. **Determina, si existen, los valores de** k **en cada uno de los casos siguientes: a)** $Rango(A)=1$. **b)** $A^2=A$. **c)** A **tiene inversa. d)** $\det(A)=-2$.

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Considera la matriz: $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & \lambda+1\\ \lambda & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

a) Determina, si existen, los valores de λ **para los que** $A^{-1}=2I-A$ **(siendo** I **la matriz identidad de orden 3).**

b) Determina, si existen, los valores de λ **para los que la matriz** $A+A^t$ **no tiene inversa (** A^t **es la matriz traspuesta de** A**).**

MATEMÁTICAS II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$

a) Encuentra el valor, o los valores, de m para los que A y B tienen el mismo rango.
b) Determina, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.
MATEMÁTICAS II. 2015. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ m-1 & 0 & 2 \\ 0 & 1-m & 0 \end{pmatrix}$

a) Halla el valor, o valores, de m para los que la matriz A tiene rango 2.
MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de m se verifica que $A^2=2A+I$?.
b) Para $m=1$, calcula A^{-1} y la matriz X que satisface $A\cdot X-B=A\cdot B$.
MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Halla la matriz X que verifica: $A^{-1}\cdot X\cdot A=B-A$.
MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Sea $M=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$

a) Determina los valores de m para que los vectores fila de M son linealmente independientes.
b) Estudia el rango de M según los valores de m.
c) Para $m=1$, calcula la inversa de M.
MATEMÁTICAS II. 2013. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$

a) Halla A^{-1}.
b) Calcula la matriz X que satisface $A\cdot X=B^t\cdot C$ (B^t es la traspuesta de B).
c) Halla el determinante de $A^{2013}\cdot B^t\cdot B\cdot(A^{-1})^{2013}$.
MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

a) Calcula X **e** Y **tales que** $X-Y=A^t$ **y** $2X-Y=B$ **(** A^t **es la matriz traspuesta de A).**

b) Calcula Z **tal que** $AZ=BZ+A$.

MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

Sean A y B las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & -3\\ -3 & 5\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}1 & -4\\ -9 & 5\end{pmatrix}$

a) Calcula las matrices X **e** Y **para las que** $2X-Y=A$ **y** $X-3Y=B$.

b) Halla la matriz Z **que verifica** $B^2+ZA+B^t=3I$ **(**I **denota la matriz identidad y** B^t **la matriz traspuesta de** B**).**

MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

Considera las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$

a) Halla, si es posible, A^{-1} **y** B^{-1}.

b) Halla el determinante de $AB^{2013}A^t$, A^t **la matriz traspuesta de** A.

c) Calcula la matriz X **que satisface** $A\cdot X-B=AB$.

MATEMÁTICAS II. 2013. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

Grupos Cíclicos

Considera las matrices $B=\begin{pmatrix}-3 & 3 & 2\\ -8 & 7 & 4\\ 8 & -6 & -3\end{pmatrix}$

b) Calcula B^2 **y** B^{2016}.

MATEMÁTICAS II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 3.OPCIÓN A.

Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & m\\ m-1 & 0 & 2\\ 0 & 1-m & 0\end{pmatrix}$

b) Para $m=1$**, determina** A^{2015}.

MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$

b) Calcula el determinante de la matriz $(A^2\cdot B^{-1})^{2015}$

MATEMÁTICAS II. 2015. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Sea $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

a) Comprueba que $A^2=2I$ **y calcula** A^{-1}.

b) Calcula A^{2013} **y su inversa.**

MATEMÁTICAS II. 2013. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

Solo determinantes

Se sabe que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{pmatrix}$ **es** -3, **calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:**

a) $\det(-2A)$ **y** $\det(A^{-1})$

b) $\begin{vmatrix}a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ 7a_{11} & 7a_{12} & 7a_{13}\\ 2a_{31} & 2a_{32} & 2a_{33}\end{vmatrix}$ **y** $\begin{vmatrix}a_{11} & a_{21}+2a_{31} & 5a_{31}\\ a_{12} & a_{22}+2a_{32} & 5a_{32}\\ a_{13} & a_{23}+2a_{33} & 5a_{33}\end{vmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Se sabe que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix}a & b & c\\ b & d & e\\ c & e & f\end{pmatrix}$ **es** 3, **calcula los siguientes determinantes, indicando, en cada caso, las propiedades que utilices:**

a) $\det(A^3)$, $\det(A^{-1})$ **y** $\det(A+A^t)$; **b)** $\begin{vmatrix}a & b & c\\ c & e & f\\ 2b & 2d & 2e\end{vmatrix}$; **c)** $\begin{vmatrix}a & b & 4a-c\\ b & d & 4b-e\\ c & e & 4c-f\end{vmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

Sabiendo que el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix}x & y & z\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ **es 2, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilices:**

a) $\det(3A)$ **.b)** $\det(A^{-1})$**.c)** $\begin{vmatrix}3 & 0 & 1\\ 3x & 2y & z\\ 3 & 4 & 3\end{vmatrix}$ **.d)** $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ x+2 & y+4 & z+6\\ -1 & 0 & -1\end{vmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2014. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

Sabiendo que el determinante de una matriz $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{pmatrix}$ es 4, calcula los siguientes determinantes, indicando en cada caso, las propiedades que utilizas:

a) $\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$

b) $\begin{vmatrix} a & -b & c \\ 2d & -2e & 2f \\ p & -q & r \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} -3d & -3e & -3f \\ a & b & c \\ -p & -q & -r \end{vmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

Sea M una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es $\det(M)=2$. Calcula:

a) El rango de M^3.

b) El determinante de $2M^t$ (M^t es la matriz traspuesta de M).

c) El determinante de $(M^{-1})^2$.

d) El determinante de N, donde N es la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de M.

MATEMÁTICAS II. 2013. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B