Esquema Matemáticas CCSS

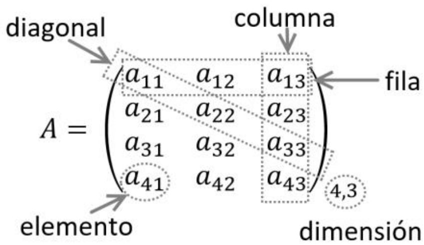
1. Matrices

1.1 Conocer el vocabulario básico para el estudio de matrices: elemento, fila, columna, diagonal. Utilizar el lenguaje matricial. Diferentes tipos de matrices: simétrica, triangular, diagonal, etc. *Dimensiones*.
1.2 Calcular sumas de matrices, productos de escalares por matrices, traspuesta, productos de matrices, determinante e inversa. Se insistirá en la no conmutatividad del producto de matrices.
1.3 *Matrices como grupos cíclicos*.
1.4 Resolver ecuaciones matriciales y sistemas de ecuaciones matriciales.
1.5 Las matrices como expresión de tablas. Aplicar las operaciones con matrices como instrumento para el tratamiento de situaciones que manejen datos estructurados en forma de tablas. Interpretación del significado de las operaciones con matrices en la resolución de problemas extraídos de las ciencias sociales.

1.1 Conocer el vocabulario básico para el estudio de matrices: elemento, fila, columna, diagonal. Utilizar el lenguaje matricial. Diferentes tipos de matrices: simétrica, triangular, diagonal, etc. *Dimensiones*.

Las matrices conocidas se escriben con las primeras letras del abecedario en mayúscula A,B,C,D,E,…

Las matrices desconocidas se escriben con las últimas letras del abecedario X, Y, Z



Los elementos se escriben en minúscula con dos subíndices indicando la fila y la columna. Los elementos de la diagonal son aquellos que tienen la misma posición en la fila que en la columna a_{11}, a_{22}, a_{33}, …

Hay dos grandes subgrupos en función de su dimensión:

Cuadrada	**Rectangular**
Tiene las mismas filas que columnas $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	Tiene distintas filas que columnas $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Dentro de las rectangulares tenemos:

Horizontal	**Vertical**	**Fila**	**Columna**
Tiene más columnas que filas $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	Tiene más filas que columnas $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$	Solo tiene una fila $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	Solo tiene una columna $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Dentro de las matrices cuadradas tenemos otras matrices famosas:

Diagonal	**Identidad**	**Simétrica**	**Antisimétrica**
Todos los números fuera de la diagonal son cero $D=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$	Es una matriz diagonal con toda su diagonal 1 $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	Los elementos son simétricos A = A^t $S=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&4&5\\3&5&6\end{pmatrix}$	Los elementos son simétricos tienen el signo opuesto A = -A_t $A=\begin{pmatrix}0&1&2\\-1&0&-3\\-2&3&0\end{pmatrix}$

Algunos nombres de matrices que se utilizan durante otras operaciones son

Triangular Inferior	**Triangular Superior**	**Escalonada**	**Nula o Cero**
Los números debajo de su diagonal son cero $T=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&4&5\\0&0&6\end{pmatrix}$	Los números encima de su diagonal son cero $T=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&3&0\\4&5&6\end{pmatrix}$	Cada vez tienen más ceros seguidos por filas $E=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\0&1&2&5\\0&0&0&1\end{pmatrix}$	Todos los elementos son cero $O=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

La **dimensión** de una matriz es su cantidad de filas y de columnas.

Dos matrices se pueden sumar o restar si sus dimensiones son iguales.

Dos matrices se pueden multiplicar si el número de columnas de la primera es igual al número de filas de la segunda. Y por resultado da las filas de la primera y las columnas de la segunda.

1.2 Calcular sumas de matrices, productos de escalares por matrices, traspuesta, productos de matrices, *determinantes* e inversa. Se insistirá en la no conmutatividad del producto de matrices.

Se **suma** y se **resta** elemento a elemento:

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7&8&9\\10&11&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&10&12\\14&16&18\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}9&8&7\\10&11&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&5&3\\4&6&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&3&4\\6&5&10\end{pmatrix}$$

Cuando se **multiplica por un número**, se multiplica por toda la matriz

$$3A=3\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&6&9\\12&15&18\end{pmatrix}$$

Trasponer es cambiar las filas por las columnas, se indica elevando a t.

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}^t=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}$$

Para **multiplicar matrices** se multiplican filas por columnas y se suman elemento a elemento.

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7&10\\8&11\\9&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot7+2\cdot8+3\cdot9 & 1\cdot10+2\cdot11+3\cdot12\\4\cdot7+5\cdot8+6\cdot9 & 4\cdot10+5\cdot11+6\cdot12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}50&68\\122&167\end{pmatrix}$$

El **determinante** sólo se puede calcular de matrices cuadradas (en selectividad solo han preguntado de 2x2 y 3x3, más grande habría que usar otras técnicas)

$$\begin{vmatrix}1&2\\3&4\end{vmatrix}=1\cdot4-2\cdot3=4-6=-2$$

$$0+0+0=0$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 56 - 0 = 56$$

$$0+20+36 = 56$$

La inversa de 2x2 es la más frecuente en Selectividad

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \text{ ejemplo } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

La inversa de 3x3 no aparece desde 2009, que también hubo otra reforma de Selectividad a PAU, no se indica en las orientaciones qué tamaño entra, así que se recuerda cómo se resuelve.

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)^t}{|A|} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \\ 6 & 7 & -8 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 7 & -8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 6 & -8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix}^t = \frac{1}{144}\begin{pmatrix} -3 & 54 & 45 \\ 22 & -12 & 6 \\ 13 & 6 & -3 \end{pmatrix}^t$$

$$= \frac{1}{144}\begin{pmatrix} -3 & 22 & 13 \\ 54 & -12 & 6 \\ 45 & 6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/48 & 11/72 & 13/144 \\ 3/8 & -1/12 & 1/24 \\ 5/16 & 1/24 & -1/48 \end{pmatrix}$$

1.3 *Matrices como grupos cíclicos*

Dentro de lo que se describe como operaciones con matrices, se encuentran ejercicios para calcular potencias de matrices. Son un grupo cíclico porque habrá que encontrar el exponente, que normalmente será el 2, 3 ó 4, tal que $A^2 = I$, $A^3 = I$ ó $A^4 = I$.

Normalmente el número es el año del examen, para este año, dividiremos 2017 entre cada uno de los posibles resultados

2017 | 2 1 1008	2017 | 3 1 672	2017 | 4 1 504

En cada caso, se debería de explicar que

$A^{2017} =$ $A^{2\cdot 1008+1} = (A^2)^{1008} + A^1 = A^1$	$A^{2017} =$ $A^{3\cdot 672+1} = (A^2)^{672} + A^1 = A^1$	$A^{2017} =$ $A^{2\cdot 504+1} = (A^2)^{504} + A^1 = A^1$

Para memorizarlo viene bien pensar que el exponente al que es equivalente es al resto, que da la casualidad que para este año 2017, todos los primeros restos dan 1.

1.4 Resolver ecuaciones matriciales y sistemas de ecuaciones matriciales.

Las ecuaciones matriciales se resuelven igual que las normales excepto por la conmutatividad, que no se puede pasar dividiendo una matriz. Así dependiendo si es por la derecha o la izquierda se resuelve por ese lado, sabiendo que $A^{-1}A = I$ y que $IX = X = XI$ resolveremos así:

$$\begin{array}{cc} AX = B & XA = B \\ A^{-1}AX = A^{-1}B & XAA^{-1} = BA^{-1} \\ X = A^{-1}B & X = BA^{-1} \end{array}$$

Esto se puede aplicar siempre que la matriz tenga inversa, si no tiene inversa, habrá que resolverla elemento a elemento.

Una **matriz** con determinante igual a cero se llama **singular** o degenerada, porque no tiene inversa

Una **matriz** con determinante distinto de cero se llama **regular** porque tiene inversa, también se puede decir que es invertible.

Un par de observaciones que suelen costar trabajo son:

Pasar dividiendo el número de una matriz es como multiplicar por el inverso

$$2X = A + B$$

$$X = \frac{1}{2}(A + B)$$

Sacar factor común para despejar

$$AX + BX = C$$

$$(A + B)X = C$$

$$X = (A + B)^{-1}C$$

Los sistemas de matrices suelen resolverse fácil por reducción.

1.5 Las matrices como expresión de tablas. Aplicar las operaciones con matrices como instrumento para el tratamiento de situaciones que manejen datos estructurados en forma de tablas. Interpretación del significado de las operaciones con matrices en la resolución de problemas extraídos de las ciencias sociales.

El significado tiene que ver con las unidades con las que se multiplican.

Ejercicios de Selectividad de 1. Matrices

1.1 Conocer el vocabulario básico para el estudio de matrices: elemento, fila, columna, diagonal. Utilizar el lenguaje matricial. Diferentes tipos de matrices: simétrica, triangular, diagonal, etc. *Dimensiones*.

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Analice cuáles de las siguientes operaciones, sin efectuarlas, se pueden realizar y justifique las respuestas: $B\cdot C+2A$, $A\cdot C+C$, $B^t\cdot C$, $C\cdot B-A$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

b) Razone cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse e indique, en su caso, la dimensión de la matriz resultante: $A\cdot B$, $A\cdot B^t$, $B\cdot A^{-1}$, $B^t\cdot A+A^{-1}$

SOCIALES II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCION B

a) Si A **es una matriz de dimensión** m x n**, indique la dimensión de una matriz** X **si se verifica que** $\left(A^t\cdot A\right)\cdot X=I_n$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

b) ¿Qué dimensiones deben tener las matrices P **y** Q **para que las matrices** $(B+C)\cdot P$ **y** $B\cdot Q\cdot C^t$ **sean cuadradas?.**

SOCIALES II. 2016 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

b) Analice cuáles de las siguientes operaciones con matrices se pueden realizar, indicando en los casos afirmativos las dimensiones de la matriz D**.**

$$A+D=C \qquad A\cdot D=C^t \qquad D\cdot A=C \qquad D\cdot A=C^t$$

SOCIALES II. 2015 JUNIO EJERCICIO 1. OPCION B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix}$

a) Estudie cuáles de los siguientes productos de matrices se pueden realizar, indicando las dimensiones de la matriz resultante:

$$A\cdot B^t \qquad C^t\cdot D \qquad B^t\cdot D \qquad D\cdot B^t$$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $B=\begin{pmatrix}-5 & 0\\ 4 & 6\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}-1 & -8 & -1\\ -9 & 3 & 6\end{pmatrix}$

a) Determine la dimensión que debe de tener la matriz A para que se verifique la igualdad:

$$A\cdot B=2C^t$$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 2 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ a & b\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.

a) Obtenga a y b sabiendo que $A^2=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$. **¿Es A simétrica?**

SOCIALES II. 2013 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A

1.2 Calcular sumas de matrices, productos de escalares por matrices, traspuesta, productos de matrices, determinante e inversa. Se insistirá en la no conmutatividad del producto de matrices.

en el caso en que $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

c) Calcule, si es posible, el producto $A\cdot\left(A^t\cdot A\right)$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & 3\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}-1\\ -1\end{pmatrix}$.

a) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y en dichos casos calcule el resultado: $A\cdot B$, $B\cdot A$, $B\cdot C$ y $C^t\cdot B^t$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$

a) Efectúe la operación $A\cdot B^t$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & 1\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix}$

c) Calcule la matriz $A\cdot(B^t-2D^t\cdot C)$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ -1 & -1 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}8 & -4\\ 12 & 8\\ -8 & 4\end{pmatrix}$

a) Calcule A^2

SOCIALES II. 2015 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$.

a) Efectúe la operación $A\cdot B^t$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

---

b) Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 0\end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2008 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -1 & 3 & 0\end{pmatrix}$

a) Determine la matriz inversa de A.

SOCIALES II. 2007. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}3 & m\\ 1-m & m+1\end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de m **para que dicha matriz tenga inversa.**

SOCIALES II. 2003 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & m & -6\\ 1 & 1 & -m\end{pmatrix}$

a) Determine para qué valores del parámetro m **existe** A^{-1}. **b) Calcule** A^{-1} **para** $m=2$.

SOCIALES II. 2002 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.
b) Haciendo $m=4$, resuelva la ecuación matricial $X\cdot A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
SOCIALES II. 2002. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

Se considera la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & x & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de x para los que no existe la inversa de A.
b) Para $x=3$, calcule, si es posible, A^{-1}.
SOCIALES II. 2001 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

1.3 Matrices como grupos cíclicos

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Calcule A^2 y A^{2016}.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Calcule A^4 y A^{80}
SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix}$**, siendo a un número real cualquiera.**

a) Obtenga la matriz A^{2014}.
SOCIALES II. 2014. JUNIO . EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule A^2 y A^{2013}.
SOCIALES II. 2013. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION B

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$**, halle** A^{2004}**.**

SOCIALES II. 2004 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

1.4 Resolver ecuaciones matriciales y sistemas de ecuaciones matriciales.

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$**.**

b) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X-B=C^t$**.**

SOCIALES II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$**.**

a) Resuelva la ecuación matricial $C\cdot B\cdot X-2A\cdot X=A^t$**.**

SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Resuelva la ecuación matricial $X\cdot\left(B\cdot B^t\right)=\frac{1}{2}A-2A^t$**.**

SOCIALES II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCION B

b) Calcule $\left(A^t\cdot A\right)\cdot X=I_n$ **en el caso en que** $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 3 \end{pmatrix}$ *y* $C=\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$**.**

b) Calcule la matriz X **en la ecuación** $A\cdot X+B^t=4C$**.**

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

a) Resuelva la ecuación matricial $A^2\cdot X+C=2B$

SOCIALES II. 2016 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule las matrices X e Y si: $X+Y=2A$ **y** $X+B=2Y$

SOCIALES II. 2015 JUNIO EJERCICIO 1. OPCION B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

b) Determine la matriz X tal que $A+2X=B$

c) Halle la matriz Y tal que $B\cdot Y=\begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

b) Despeje la matriz X en la ecuación $X\cdot A^{-1}+2B=3C^{t}\cdot D$**, sin calcular sus elementos.**

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Resuelva la ecuación $A\cdot X+B\cdot X=C$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 1. OPCION A

---

a) Resuelva la ecuación matricial $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X+\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=I_2$

b) Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **y** $A=\begin{pmatrix} a & b \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, **calcule los valores de a y b para que se verifique la ecuación** $M\cdot A=A$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 12 & 8 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$

b) Resuelva la ecuación matricial: $A\cdot X+4B=C^{t}$.

SOCIALES II. 2015 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & 0\\ \frac{3}{4} & 0\end{pmatrix}$**, siendo** a **un número real cualquiera.**

b) Para $a=2$**, resuelva la ecuación matricial** $A^3\cdot X-4B=O$**.**

SOCIALES II. 2014. JUNIO . EJERCICIO 1. OPCION A

Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X=2\cdot(C-D^t)$**, siendo :**

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}\ \text{y}\ D=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 1b. OPCIÓN B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -7\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -5 & 2\end{pmatrix}$

a) Calcule las matrices X **e** Y **para las que se verifica:**

$$X+Y=A \quad \text{y} \quad 3X+Y=B$$

b) Halle la matriz Z que verifica: $B\cdot Z+B^t=2I_2$**.**

SOCIALES II. 2014 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\end{pmatrix}$

a) Calcule el valor del parámetro a **para que se verifique** $(B\cdot A)^t=A\cdot B^t$**.**

b) Para $a=2$**, resuelva la ecuación matricial** $X\cdot A=B$

SOCIALES II. 2014. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $B=\begin{pmatrix}-5 & 0\\ 4 & 6\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}-1 & -8 & -1\\ -9 & 3 & 6\end{pmatrix}$ $\quad A\cdot B=2C^t$

b) Halle la matriz A **sabiendo que de ella se conocen los elementos**

$$a_{31}=2,\ a_{12}=-3, a_{22}=1.$$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 2 EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 4 & -1\\ 0 & -1 & 0\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 3\\ 0 & 2 & -1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}5 & -2 & -6\\ 0 & -3 & 2\\ -2 & 0 & -1\end{pmatrix}$

Determine X **en la ecuación matricial** $X\cdot A-2B=C$**.**

SOCIALES II. 2009 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

---

b) Determine los valores de x **e** y **que cumplen la igualdad**

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -x & y\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}$$

SOCIALES II. 2008. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

a) Determine los valores de x e y que hacen cierta la igualdad

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Resuelva la ecuación matricial: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2014 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ **y** $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

b) Determine la matriz X tal que $A + 2 \cdot X = B$.

c) Calcule la matriz Y, sabiendo que: $B \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

---

b) Dadas las matrices $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$, **determine a y b de manera que** $B \cdot C - D = O$ **siendo O la matriz nula.**

SOCIALES II. 2011 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCION A

---

a) De una matriz cuadrada, A, de orden 3 se conocen los siguientes elementos

$$a_{12} = a_{21} = -2 \;\; ; \;\; a_{13} = a_{31} = 0 \;\; ; a_{23} = a_{32} = 1$$

Determine los demás elementos de la matriz A sabiendo que debe cumplirse la ecuación $A \cdot B = C^t$, **donde** $B^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

Sean las matrices $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix}$ y $R = \begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}$.

a) Calcule, si es posible, $P \cdot Q$ **y** $Q \cdot P$, **razonando la respuesta.**

b) ¿Cuánto deben de valer las constantes a, b, c y d para que $P \cdot 2Q = R$**?.**

SOCIALES II. 2010 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCION B

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$; $Y = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

b) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple $A \cdot X = Y$.

SOCIALES II. 2007. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

Sean las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\3&0&1\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}-2\\-5\\2\end{pmatrix};\ D=\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix};\ E=\begin{pmatrix}-2\\-5\\5\end{pmatrix}$$

Calcule los valores de los números reales x, y, z, para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices: $E-x\cdot A\cdot B=y\cdot C+z\cdot D$

SOCIALES II. 2006 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}x&y\\-y&x\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}-1&2\\1&0\end{pmatrix}$.

b) Si $A\cdot B=B\cdot A$ y $A+A^t=3\cdot I_2$, calcule x e y.

SOCIALES II. 2005 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

De una matriz A se sabe que su segunda fila es $\begin{pmatrix}-1&2\end{pmatrix}$ y que su segunda columna es $\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix}$. Halle los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix}1&1&1\\2&0&1\end{pmatrix}\cdot A=\begin{pmatrix}0&0\\0&-1\end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2004. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

Resuelva la siguiente ecuación matricial: $A\cdot X-2B=C$, siendo:

$$A=\begin{pmatrix}0&-1&2\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}5\\3\\-1\end{pmatrix}.$$

SOCIALES II. 2001 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

Siendo $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\\1&1\end{pmatrix}$, razone si posee solución la ecuación matricial $A\cdot X=B$ y, en caso afirmativo, resuélvala.

SOCIALES II. 2001 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

1.5 Las matrices como expresión de tablas. Aplicar las operaciones con matrices como instrumento para el tratamiento de situaciones que manejen datos estructurados en forma de tablas. Interpretación del significado de las operaciones con matrices en la resolución de problemas extraídos de las ciencias sociales.

Las filas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A_1, A_2 y A_3 en dos comercios, C_1 (fila 1) y C_2 (fila 2): $P=\begin{pmatrix} 25 & 20 & 15 \\ 23 & 25 & 17 \end{pmatrix}$

Cati desea comprar 2 unidades del artículo A_1, 1 de A_2 y 3 de A_3

Manuel desea comprar 5 unidades del artículo A_1, 1 de A_2 y 1 de A_3

Han dispuesto esas compras en la matriz Q: $Q=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule $P\cdot Q^t$ y $Q\cdot P^t$ e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.

b) A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, ¿dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

SOCIALES II. 2016 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A

Los alumnos de 2º Bachillerato organizan una venta de pasteles para el viaje de fin de curso. Venden pasteles grandes, que necesitan 2 huevos, 5 terrones de azúcar y 100 g de harina cada uno, y pasteles pequeños, que necesitan 1 huevo, 3 terrones de azúcar y 80 g de harina cada uno.

a) Presente en una matriz *M*, de dimensión 3x2, las cantidades de los elementos necesarios para la elaboración de un pastel grande y uno pequeño.

b) Si desean fabricar 20 pasteles de una clase y 30 de otra, escriba las dos matrices columna, *A* (20 grandes y 30 pequeños) y *B* (30 grandes y 20 pequeños) que representan este reparto.

c) Calcule los productos $M\cdot A$ y $M\cdot B$ e indique si con 8 docenas de huevos, 200 terrones de azúcar y 5 Kg de harina se pueden elaborar 20 pasteles grandes y 30 pequeños. ¿Y 30 grandes y 20 pequeños?.

SOCIALES II. 2012 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION B

Una empresa vende tres artículos diferentes *A*, *B* y *C*, cada uno de ellos en dos formatos, grande y normal. En la matriz *F* se indican las cantidades de los tres artículos, en cada uno de los dos formatos, que ha vendido la empresa en un mes. En la matriz *G* se indican las ganancias, en euros, que obtiene la empresa por cada unidad que ha vendido de cada artículo en cada formato.

$$F=\begin{array}{c} \\ grande \\ normal \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 100 & 150 & 80 \\ 200 & 250 & 140 \end{pmatrix} \end{array} \qquad G=\begin{array}{c} \\ grande \\ normal \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

a) Efectúe los productos $F^t\cdot G$ y $F\cdot G^t$

b) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas de cada uno de los tres artículos y especifique cuáles son esas ganancias.

c) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas en cada uno de los dos formatos, especifique cuáles son esas ganancias y halle la ganancia total.

SOCIALES II. 2012 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

Una fábrica produce dos tipos de productos, A y B, que distribuye a tres clientes. En el mes de enero el primer cliente compró 9 unidades de A y 5 de B, el segundo cliente 3 de A y 7 de B, y el tercer cliente 4 de A y 6 de B.
En el mes de febrero el primer cliente y el segundo duplicaron las compras del mes anterior, y el tercer cliente compró de cada producto una unidad más de las que compró en enero. En marzo el primer cliente no compró nada, y el segundo y el tercero compraron lo mismo que en febrero.
a) Para cada mes construya la matriz de dimensión 3x2 correspondiente a las compras de ese mes.
b) Calcule la matriz de compras del trimestre.
c) Si los precios de los productos A y B son, respectivamente, 80 y 100 euros, calcule lo que factura la fábrica en el primer trimestre, por cada cliente y en total.
SOCIALES II. 2012 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION B

a) Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ **y** $N^t=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$**, razone cuáles de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúa las que puedan realizarse:** $M+N^t$, $M^t\cdot N$, $M\cdot N$.
b) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en Kg, del café que el industrial produce de cada una de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el Kg de cada producto final:

$$P=\begin{array}{c} \\ natural \\ descafeinado \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix} \end{array} \qquad Q=\begin{array}{c} \\ natural \\ descafeinado \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2.20 & 2.75 & 2.50 \\ 3.20 & 3.90 & 3.60 \end{pmatrix} \end{array}$$

Efectúe el producto $P\cdot Q^t$ **y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.**
SOCIALES II. 2011 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION B

Sean las matrices $C=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

b) Si las matrices C y D son las matrices de adyacencia de dos grafos, de vértices a, b, c y 1, 2, 3, respectivamente, haga la representación gráfica de dichos grafos.
SOCIALES II. 2011 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION A