

Esquema Matemáticas CCSS

2. Funciones

Conocer el lenguaje básico asociado al concepto de función.

A partir de la expresión analítica o gráfica de una función, que puede provenir de un contexto real, estudiar las propiedades globales y locales de la función, identificando intervalos de monotonía, extremos relativos, curvatura, puntos de inflexión, asíntotas verticales y horizontales. (Si la variable que interviene es entera, podrá ser considerada continua en todo el proceso de resolución).

Dominio: Son los valores reales que se le puede dar a la función para obtener valores reales. Suele ser más fácil pensar en qué valores dan problemas, y estos son: $\frac{1}{0} = \infty$, $\ln(0) = -\infty$, $\sqrt{-1} = i$, $\ln(-1) = i\pi$. Entonces si tenemos divisiones, raíces o logaritmos, el dominio se define por:

$$\text{Dom}\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) = \{x \in \mathbb{R} : q(x) \neq 0\}$$

$$\text{Dom}(\sqrt{p(x)}) = \{x \in \mathbb{R} : p(x) \geq 0\}$$

$$\text{Dom}(\log(p(x))) = \{x \in \mathbb{R} : p(x) > 0\}$$

Recorrido: son los posibles valores que puede tomar la función, se calculan a partir del estudio de la monotonía.

Monotonía: es el estudio del crecimiento y decrecimiento de una función a partir de su primera derivada

Curvatura: es el estudio de la concavidad o convexidad de una función a partir de su segunda derivada.

Puntos críticos: Son los valores donde la derivada vale cero, se corresponden con extremos o puntos de inflexión.

Extremos: Son los valores máximos y mínimos que puede tomar la función.

Puntos de inflexión: son los valores donde la función cambia de curvatura, de cóncava a convexa.

Conocer las nociones de límite y continuidad e identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es continua y los puntos donde no lo es, indicando en su caso el tipo de discontinuidad.

Para que una función sea continua tiene que cumplir 3 condiciones. La primera es que la función exista en el punto, el límite exista, y que los dos valores sean iguales.

Con desigualdades

Calcula k para que la función sea continua en x=0

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x-1} & x \leq 0 \\ \sqrt{x+k} & x > 0 \end{cases}$$

1) La función en cero vale $f(0) = \frac{x-2}{x-1} = \frac{0-2}{0-1} = 2$ es un número real, entonces existe

2) ¿Existe el límite?

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{x-1} = \frac{0-2}{0-1} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x+k} = \sqrt{0+k} = \sqrt{k} \end{cases}$$

Para que el límite exista, los límites laterales tienen que ser iguales $2 = \sqrt{k}$; $k = 4$.

3) ¿Son iguales? $f(0) = 2 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ entonces es continua.

Con “distintos de”

Calcula k para que la función sea continua en $x=1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3} & x \neq 1 \\ k & x = 1 \end{cases}$$

1) La función en cero vale $f(1) = k$ es un número real, entonces existe

2) ¿Existe el límite?

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3} = \frac{0}{0} \text{ (indet)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{(x - 1)(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{x + 3} = \frac{1 + 2}{1 + 3} = \frac{3}{4}$$

Sí existe

3) ¿Son iguales? $f(0) = k = \frac{3}{4} = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, si $k=3/4$ entonces la función es continua.

Derivadas. Conocer el concepto de tasa de variación media de una función en un intervalo y su interpretación. Conocer el concepto de derivada de una función en un punto y sus interpretaciones, como tasa de variación local y como pendiente de la recta tangente. Identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es derivable y los puntos donde no lo es.

Conocer el concepto de función derivada. Conocer las derivadas de las funciones habituales: polinómicas, exponenciales, logarítmicas y de proporcionalidad inversa. Conocer y aplicar las reglas de derivación: derivada de la suma, derivada del producto, derivada del cociente y derivada de la función compuesta (regla de la cadena). Se utilizarán funciones de los tipos citados anteriormente y en el caso de la función compuesta no se compondrán más de dos funciones. Reconocer propiedades analíticas y gráficas de una función a partir de la gráfica de su función derivada.

Tabla de derivadas

Función	Derivada	Función	Derivada
$x^2 + 3x + 1$	$2x + 3$	2^x	$2^x \ln 2$
$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$	$\log_3 x$	$\frac{1}{x \ln 3}$
$\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x^5} +$	$\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3}$	$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x	$\tan x$	$1 + \tan^2 x$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\arcsen x$	$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
$\text{sen}(x)$	$\text{cos}(x)$	$\arctan x$	$\frac{1}{1 + x^2}$

Aplicaciones Analizar cualitativa y cuantitativamente funciones, que pueden provenir de situaciones reales, tales como: polinómicas de grado menor o igual que tres, cocientes de polinomios de grado menor o igual que uno, y funciones definidas a trozos cuyas expresiones estén entre las citadas.

Representar gráficamente las funciones descritas en el párrafo anterior. Utilizar los conocimientos anteriores para resolver problemas de optimización, procedentes de situaciones reales de carácter económico y sociológico, descritas por una función cuya expresión analítica vendrá dada en el texto. Las inecuaciones de no negatividad son $x \geq 0$ e $y \geq 0$, que representan el primer cuadrante.

Analizar e interpretar fenómenos habituales en las ciencias sociales susceptibles de ser descritos mediante una función, a partir del estudio de sus propiedades más características.

Ejercicios de Selectividad 2 Funciones

Solo Derivadas

a) Calcule la derivada de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{3 \ln(x)}{x^3}$$

$$g(x) = (1 - x^2) \cdot (x^3 - 1)^2$$

$$h(x) = 3x^2 - 7x + \frac{1}{e^{2x}}$$

b) Halle las asíntotas de la función $p(x) = \frac{7x}{3x - 12}$

SOCIALES II. 2015 JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{(x^2 - 5)^3}{3 - x^2}$

b) $g(x) = e^{7x} \cdot (x - 5x^2)^2$

c) $h(x) = \frac{x \cdot \ln(1 - x^2)}{x - 3}$

SOCIALES II. 2013 RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^{3x} \cdot \ln(2x - 5)$

b) $g(x) = \frac{3^{2x}}{x^2 - 1}$

c) $h(x) = (3x^2 + 5x - 1)^6 + x^2 - \ln x$

SOCIALES II. 2012. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x} \quad ; \quad g(x) = (x^2 + 1)^2 \cdot \ln(e^{3x} + 4) \quad ; \quad h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}$$

SOCIALES II. 2011. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{e^{3x}}{1 + x^2}$

b) $g(x) = \ln\{x(1 + 3x^2)\}$

c) $h(x) = 2^{5x} + \frac{1}{x^2}$

SOCIALES II. 2010. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

a) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(\frac{2-5x}{3}\right)^2 + \frac{1-2x}{x^2} \quad ; \quad g(x) = (3x+2)^2 \cdot \ln(1+x^2)$$

b) Halle las asíntotas y los puntos de corte con los ejes de $h(x) = \frac{1+2x}{x-2}$

SOCIALES II. 2010. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

a) Halle las funciones derivadas de las funciones definidas por las siguientes expresiones:

$$f(x) = (2x^2 - 3)^3 \quad ; \quad g(x) = \frac{\ln(x)}{x} \quad ; \quad h(x) = x \cdot e^{3x}$$

b) Determine el dominio y las asíntotas de la función $m(x) = \frac{2x+3}{x-4}$

SOCIALES II. 2009 RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x^3 + 1) \cdot e^{7x}$

b) $g(x) = 3^x \cdot \ln(x)$

c) $h(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^5 - 6x)^6$

d) $i(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2 - 2}$

SOCIALES II. 2008 RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1-3x}{x} + (5x-2)^3$

b) $g(x) = (x^2 + 2) \cdot L(x^2 + 2)$

c) $h(x) = 3^{5x} + e^{-x}$

SOCIALES II. 2006. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Halle $f'(2)$; $g'(4)$ y $h'(0)$ para las funciones definidas de la siguiente forma:

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2} \quad ; \quad g(x) = (x^2 + 9)^3 \quad ; \quad h(x) = L(x^2 + 1)$$

SOCIALES II. 2005. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Calcule las derivadas de las siguientes funciones (no es necesario simplificar el resultado):

a) $f(x) = \frac{3x-1}{x} - (5x-x^2)^2$

b) $g(x) = (x^2 - 1) \cdot Lx$

c) $h(x) = 2^{5x}$

d) $i(x) = (x^3 - 6x) \cdot (x^2 + 1)^3$

SOCIALES II. 2004. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Calcule las funciones derivadas de las siguientes:

a) $f(x) = \frac{e^{5x}}{x^3 - 1}$. b) $g(x) = 4x \cdot L(3x + 1)$. c) $h(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 2x)$. d) $p(x) = \frac{x + 2}{x - 2}$

SOCIALES II. 2002. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Calcule las funciones derivadas de las siguientes:

a) $f(x) = \frac{Lx}{x^2}$

b) $g(x) = (1 - x^3) \cos x$

c) $h(x) = 4x^3 - 5x + \frac{1}{e^x}$

SOCIALES II. 2001. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Continuidad, Derivabilidad y Rectas tangentes

a) Calcule los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{b}{2-x} & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 - 3x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$, sea

derivable en el punto de abscisa $x = 1$

b) Para $a = 1$ y $b = 2$, estudie su monotonía y determine las ecuaciones de sus asíntotas, si existen.

SOCIALES II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sea la función $f(x) = \frac{3x + 1}{x - 1}$

a) Estudie su continuidad y derivabilidad. Calcule la función derivada.

b) Calcule las ecuaciones de sus asíntotas, en caso de que existan.

c) Halle los puntos de la gráfica de f donde la recta tangente sea tal que su pendiente valga -1 .

SOCIALES II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

a) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = (x^2 - 1) \cdot (3x^3 + 5x)^3 \quad g(x) = \frac{\ln 3x}{e^{2x}}$$

b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \frac{3x + 6}{2x + 1}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

c) Determine, si existen, las ecuaciones de las asíntotas de la función $h(x)$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCION A

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + a & \text{si } x > 2 \end{cases}$, con $a > 0$.

- a) Calcule el valor del parámetro a para que la función sea continua en su dominio. En este caso, ¿sería derivable en su dominio?
- b) Para el valor $a = 4$, represente gráficamente la función y halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCION A

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x} & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de esta función.
- b) Estudie su monotonía y su curvatura para $x > 0$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCION B

De una función continua y derivable, f , se sabe que la gráfica de la función derivada, f' , es una parábola que pasa por los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$, y que tiene su vértice en el punto $(1, -2)$.

- a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f , así como la existencia de extremos.
- b) Si $f(1) = 2$, encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$

SOCIALES II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a & \text{si } x < 2 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Calcule el valor de a para que la función sea continua en $x = 2$. Para ese valor de a obtenido, ¿es derivable la función en $x = 2$?
- b) Para $a = 4$, estudie la monotonía y calcule las ecuaciones de las asíntotas, si existen.

SOCIALES II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{8x + a}{x-1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

- a) Determine el valor de a , para que la función sea continua.
- b) ¿Para $a = -10$, es creciente la función en $x = 3$?
- c) Halle sus asíntotas para $a = -10$

SOCIALES II. 2015. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(ax-12) & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + b(x-1) & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

- a) Halle los valores de a y b sabiendo que la función es derivable en $x = -1$
- b) Para $a = 1$ y $b = -1$ y obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -2$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 2. OPCION B

Calcule la derivada de cada una de las siguientes funciones:

- a) $f(x) = \frac{2 \cdot (1-3x)^2}{1+3x}$
- b) $g(x) = (x^2 - x + 1) \cdot e^{5x}$
- c) $h(x) = \log(x^2 + x + 1)$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 2. OPCION B

Sea la función f definida por $f(x) = \begin{cases} -bx^2 - bx + a & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{60}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Obtenga los valores de a y b para que la función sea continua y derivable.
- b) Para $a = 48$ y $b = 3$, estudie la monotonía de $f(x)$ y calcule sus extremos.

SOCIALES II. 2014. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Sea la función $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{4}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función en su dominio
- b) Determine sus asíntotas, en caso de que existan.
- c) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

SOCIALES II. 2014. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Sea la función f , definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

Determine los valores que han de tomar a y b para que la función f sea derivable en $x = 0$

SOCIALES II. 2014. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Sea la función dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x+b}{x-1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

- a) Determine los valores de a y b , sabiendo que dicha función es derivable.
- b) Para $a = 2$ y $b = 3$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 1$.

SOCIALES II. 2014. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sean las funciones: $f(x) = (2x^2 - 1)^3 \ln(x^4)$ y $g(x) = \frac{e^{-2x+x^2}}{x^2 + 1}$

Determine el valor de $f'(-1)$ y de $g'(0)$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Estudiar una función

La cantidad, C , que una entidad bancaria dedica a créditos depende de su liquidez, x , según la función:

$$C(x) = \begin{cases} \frac{150 + 5x}{100} & \text{si } 10 \leq x \leq 50 \\ \frac{200 + 10x}{25 + 3x} & \text{si } x > 50 \end{cases}$$

Donde C y x están expresadas en miles de euros.

- a) Justifique que C es una función continua.
- b) ¿A partir de qué liquidez decrece la cantidad dedicada a créditos? ¿Cuál es el valor máximo de C ?
- c) Calcule la asíntota horizontal e interprétela en el contexto del problema.

SOCIALES II. 2016 JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

En un ensayo clínico de 10 meses de duración, el porcentaje de células de un determinado tejido afectadas por un tipo de enfermedad en el paciente de estudio, viene dado por la función:

$$P(t) = \begin{cases} 8t - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 6 \\ 2t & \text{si } 6 < t \leq 10 \end{cases}$$

donde t es el tiempo en meses.

- a) Represente gráficamente la función $P(t)$.
- b) ¿En qué mes empieza a decrecer el porcentaje de células afectadas de dicho tejido? ¿Qué porcentaje hay justo en ese momento? ¿En algún otro mes del ensayo se alcanza ese mismo porcentaje?
- c) ¿En qué mes el porcentaje de células afectadas es máximo?. ¿Cuál es el porcentaje en ese momento?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Una fábrica produce entre 1000 y 6000 bombillas al día. El coste diario de producción, en euros, de x bombillas viene dado por la función

$$C(x) = 9000 + 0.08x + \frac{2000000}{x} \quad \text{con } 1000 \leq x \leq 6000$$

¿Cuántas bombillas deberían producirse diariamente para minimizar costes? ¿Cuál sería dicho coste?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCION A

Los beneficios de una empresa, en miles de euros, han evolucionado en los 25 años de su existencia según una función del tiempo, en años, dada por la siguiente expresión:

$$B(t) = \begin{cases} 4t & \text{si } 0 \leq t < 10 \\ -\frac{1}{5}t^2 + 8t - 20 & \text{si } 10 \leq t \leq 25 \end{cases}$$

- Estudie la continuidad y derivabilidad de B en el intervalo $[0, 25]$.
- Estudie la monotonía de esta función y determine en qué año fueron mayores los beneficios de esta empresa y cuál fue su beneficio máximo.
- Represente gráficamente esta función.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCION B

La función de costes de una fábrica, $f(x)$, en miles de euros, viene dada por la expresión:

$$f(x) = 2x^2 - 36x + 200$$

donde x es la cantidad fabricada del producto, en miles de kilogramos.

- Determine la cantidad a fabricar para minimizar el coste y calcule este coste mínimo.
- A partir del signo de $f'(7)$, ¿qué se puede decir del coste para una producción de siete mil kilogramos?
- Dibuje la gráfica de la función de costes. ¿Para qué cantidad o cantidades fabricadas el coste es de 200000 €?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCION B

Una entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, $R(x)$, en miles de euros, viene dada por la función

$$R(x) = -0.001x^2 + 0.5x + 2.5 \quad 1 \leq x \leq 500$$

donde x es la cantidad de dinero invertida en miles de euros.

- Determine qué cantidad de dinero se debe invertir para obtener la máxima rentabilidad.
- ¿Qué rentabilidad se obtendría con dicha inversión?
- ¿Cuál es la cantidad de dinero para la que se obtiene menor rentabilidad?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 2. OPCION A

La mosca común solamente vive si la temperatura media de su entorno está comprendida entre 4°C y 36°C . La vida en días, en función de la temperatura media T , medida en grados centígrados, viene dada por la función:

$$V(T) = -\frac{1}{16}(T^2 - 40T + 16) \quad T \in [4, 36]$$

- Determine la vida máxima que puede alcanzar la mosca común.
- Calcule la vida mínima e indique la temperatura media a la que se alcanza.
- Si sabemos que una mosca ha vivido 15 días, ¿a qué temperatura media ha estado el entorno donde ha habitado?

SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 2. OPCION A

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + 1 & \text{si } 0 < x < 4 \\ x^2 - 8x + 17 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

- a) Represente gráficamente la función f .
- b) Estudie su continuidad y derivabilidad.
- c) Calcule $f'(1)$ y $f'(5)$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 2. OPCION A

Se considera la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$

- a) Halle el máximo, el mínimo y el punto de inflexión de la función.
- b) Calcule los puntos de corte con los ejes.
- c) Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de abscisas $x = 0$ y $x = 1$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 2. OPCION B

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-5}{x+4} & \text{si } x < 2 \\ x^3 - 3x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Determine y represente gráficamente sus asíntotas. Calcule el punto donde la gráfica de la función f corta al eje de ordenadas.
- b) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = -3$

SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 2. OPCION A

Se considera la función f , definida a trozos por la expresión

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 6 & \text{si } x \leq 2 \\ x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Estudie la continuidad de la función.
- b) Analice la derivabilidad de la función.
- c) Representéla gráficamente, determinando los extremos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos de corte con los ejes.

SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 2. OPCION B

- a) Determine el valor de a para que sea continua en $x = -1$ la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x-1} & \text{si } x \leq -1 \\ x^3 - 3x^2 + 6x - 2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

- b) Calcule los coeficientes b y c de la función $g(x) = x^3 + bx^2 + cx - 2$ para que $(1, 2)$ sea un punto de inflexión de g

SOCIALES II. 2015. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCION A

Sea la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 8$

- a) Halle las coordenadas de sus extremos relativos y de su punto de inflexión, si existen.
- b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

SOCIALES II. 2015. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCION B

La función de beneficios f , en miles de euros, de una empresa depende de la cantidad invertida x , en miles de euros, en un determinado proyecto de innovación y viene dada por

$$f(x) = -2x^2 + 36x + 138 \quad x \geq 0$$

- Determine la inversión que maximiza el beneficio de la empresa y calcule dicho beneficio óptimo.
- Calcule $f'(7)$ e interprete el signo del resultado.
- Dibuje la función de beneficios $f(x)$. ¿Para qué valor o valores de la inversión, x , el beneficio es de 138 mil euros?

SOCIALES II. 2014. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$.

- Estudie la monotonía de f y halle los extremos relativos que posea.
- Estudie su curvatura y calcule su punto de inflexión.
- Represente la gráfica de la función f .

SOCIALES II. 2014. RESERVA 1. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sea la función $f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + bx - 1$

- Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto $(0, 0)$.
- Para $a = 0$ y $b = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

SOCIALES II. 2014. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

El porcentaje de personas que sintonizan un programa de radio que se emite entre las 6 y las 12 horas viene dado, según la hora t , mediante la función

$$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3 \quad 6 \leq t \leq 12$$

- ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa al comenzar la emisión? ¿Y al cierre?
- ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia? ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa a dichas horas?

SOCIALES II. 2014. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Represente gráficamente la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$, estudiando previamente su dominio, puntos de corte con los ejes, intervalos de monotonía, extremos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

SOCIALES II. 2014. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Una empresa ha realizado un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, que ha obtenido en los últimos 10 años. La función a la que se ajustan dichos beneficios viene dada por $B(t) = 2t^3 - 36t^2 + 162t - 6$, con $0 \leq t \leq 10$.

- ¿Qué beneficios obtuvo al inicio del periodo ($t = 0$) y al final del décimo año ($t = 10$)?
- ¿En qué momentos se obtiene el máximo y el mínimo beneficio y cuáles fueron sus cuantías?

SOCIALES II. 2014. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sea la función $f(x) = -x^2 + px + q$

- a) Calcule los valores que deben tener p y q para que la gráfica de la función f pase por el punto $(-4, -5)$ y presente un máximo en el punto de abscisa $x = -1$. Determine el valor de $f(x)$ en ese punto.
- b) Represente la gráfica de f para $p = 2$ y $q = -1$ y halle la ecuación de la recta tangente a esta gráfica en el punto de abscisa $x = -2$.

SOCIALES II. 2014. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Sea $f(x)$ una función cuya función derivada, $f'(x)$, tiene por gráfica una parábola que corta al eje OX en los puntos $(-1, 0)$ y $(5, 0)$ y con vértice $(2, -4)$.

- a) Estudie razonadamente la monotonía de $f(x)$.
- b) Determine las abscisas de los extremos relativos de la función $f(x)$.
- c) Halla la ecuación de la recta tangente a la grafica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$, sabiendo que $f(2) = 5$.

SOCIALES II. 2013. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

En una empresa el número de montajes diarios realizados por un trabajador depende de los días trabajados según la función $M(t) = \frac{11t+17}{2t+12}$, $t \geq 1$, donde t es el número de días trabajados.

- a) ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Cuántos días necesitará para realizar cinco montajes diarios?
- b) ¿Qué ocurrirá con el número de montajes diarios si trabajara indefinidamente?
- c) El dueño de la empresa cree que el número de montajes aumenta con los días de trabajo. Estudiando la función, justifique si es cierta dicha creencia.
- d) Dibuje la grafica de la función.

SOCIALES II. 2013. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

a) Para la función f definida de la forma $f(x) = \frac{ax}{x+b}$, determine, razonadamente, los valores de a y b sabiendo que tiene como asíntota vertical la recta de ecuación $x = -2$ y como asíntota horizontal la de ecuación $y = 3$.

b) Para la función g , definida de la forma $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$, determine: su dominio, sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento y sus extremos relativos. Con esos datos haga un esbozo de su gráfica.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sean dos funciones, f y g , tales que las expresiones de sus funciones derivadas son, respectivamente, $f'(x) = x + 2$ y $g'(x) = 2$

- a) Estudie la monotonía de las funciones f y g .
- b) De las dos funciones f y g , indique, razonadamente, cuál de ellas tiene algún punto en el que su derivada es nula.
- c) ¿Cuál de las funciones f y g es una función polinómica de primer grado? ¿Por qué?.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

a) Calcule la función derivada de $f(x) = \frac{e^{-2x}}{(-x^2 + 2)^2}$

b) Se sabe que la expresión que representa el número medio de clientes $N(t)$ que acuden un día a una cadena de almacenes, en función del número de horas t que llevan abiertos, es $N(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t$, $0 \leq t \leq 8$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Sabiendo que el máximo de clientes que han acudido ese día ha sido de 160 y que se ha producido a las 4 horas de abrir, calcule a y b .

SOCIALES II. 2011. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

a) La gráfica de la función derivada, f' , de una función f es una parábola que corta al eje OX en los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$, y tiene su vértice en $(1, -4)$.

Estudie, a partir de ella, la monotonía de la función f e indique la abscisa de cada extremo relativo.

b) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = -2e^{3x}$ en el punto de abscisa $x = 0$

SOCIALES II. 2011. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

Sean las funciones

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 + 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ -x^3 - x^2 + 2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \end{cases} ; \quad h(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ -x^2 - x + 2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f en $x = 0$.

b) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función h en $x = 0$.

c) Si las dos funciones anteriores representan el perfil de un arco puntiagudo de una catedral y el de un arco redondeado (sin picos) de un túnel, indique, razonadamente, la que corresponde a la catedral y la que corresponde al túnel.

SOCIALES II. 2010. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

Sea la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$

a) Determine los valores de a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y alcanza un extremo local en el punto de abscisa $x = -2$.

b) Tomando $a = 8$ y $b = -10$ deduzca la curvatura de su gráfica, el valor mínimo que alcanza la función y los valores donde la función se anula.

SOCIALES II. 2010. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

La función derivada de una función f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

a) Obtenga los intervalos de monotonía de la función f y los valores de x en los que dicha función alcanza sus extremos locales.

b) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función f .

c) Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(2, 5)$, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto.

SOCIALES II. 2009. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

a) Halle los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de $f(x) = ax^2 - b$ en el punto $(1,5)$ sea la recta $y = 3x + 2$.

b) Para $g(x) = e^{1-x} + L(x+2)$, calcule $g'(1)$.

SOCIALES II. 2007. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

a) Dada la función $f(x) = a \cdot (x-1)^2 + bx$, calcule a y b para que la gráfica de esta función pase por el punto de coordenadas $(1,2)$ y tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 2$.

b) Calcule $g''(2)$ siendo $g(x) = \frac{1}{x} - x$.

SOCIALES II. 2006. RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

a) La gráfica de la función derivada de una función f es la parábola de vértice $(0,2)$ que corta al eje de abscisas en los puntos $(-3,0)$ y $(3,0)$. A partir de dicha gráfica, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f .

b) Calcule los extremos relativos de la función $g(x) = x^3 - 3x$.

SOCIALES II. 2006. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN A